

(توجه: استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.)

۱. تابع  $y(x) = x^{-1}$  جوابی از معادله‌ی دیفرانسیل  $2x^2 y'' + 3xy' - y = 0$  است. با استفاده از روش کاهش مرتبه، جواب دومی برای این معادله بیابید. (۶ نمره)

۲. معادله‌ی دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$y''' - 6y'' = 3 - \cos x.$$

(الف) معادله‌ی همگن متناظر با آن را حل کرده  $y_c$  را به دست آورید. (۶ نمره)

(ب) فرم جواب خصوصی  $y_p$  آزمایشی مناسب را در روش ضرایب نامعین، برای معادله‌ی داده‌شده تعیین کنید (نیازی به محاسبه‌ی مقدار ضرایب نیست). (۲ نمره)

۳. جواب عمومی معادله‌ی دیفرانسیل زیر را به دست آورید: (۱۲ نمره)

$$2x^2 y'' + 5xy' + y = x^2 - x.$$

(راهنمایی: برای به دست آوردن  $y_p$  از روش پارامترهای متغیر استفاده کنید.)

۴. معادله‌ی زیر را با استفاده از جانشانی  $u = y'$  حل کنید: (۶ نمره)

$$(1 + y)y'' - (y')^2 = 0.$$

۵. جوابی به فرم یک سری توانی حول  $x = 0$  برای معادله‌ی زیر به دست آورید: (۸ نمره)

$$y'' + xy' + 2y = 0.$$

۶. مسئله‌ی مقداراولیه‌ی زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید: (۸ نمره)

$$y'' - 6y' + 9y = t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

۷. تبدیل‌های زیر را حساب کنید: (۱۲ نمره)

$$\mathcal{L}(\cos^2 t) \quad (\text{الف}) \quad \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{(s+1)^2}{(s+2)^4} \right] \quad (\text{ب}) \quad \mathcal{L}(f(t)) \quad (\text{پ}) \quad \text{که در آن}$$

$$f(t) = \begin{cases} -1, & 0 \leq t < 2 \\ 1, & t \geq 2 \end{cases}$$