

(توجه: استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.)

۱. تابع $y(x) = \ln x$ جوابی از معادله‌ی دیفرانسیل $xy'' + y' = 0$ است. با استفاده از روش کاهش مرتبه، جواب دومی برای این معادله بیابید. (۶ نمره)

۲. معادله‌ی دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$y^{(4)} - y'' = 4x + 2xe^{-x}.$$

(الف) معادله‌ی همگن متناظر با آن را حل کرده y_c را به دست آورید. (۶ نمره)

(ب) فرم جواب خصوصی y_p آزمایشی مناسب را در روش ضرایب نامعین، برای معادله‌ی داده‌شده تعیین کنید (نیازی به محاسبه‌ی مقدار ضرایب نیست). (۲ نمره)

۳. معادله‌ی دیفرانسیل زیر را با استفاده از روش پارامترهای متغیر حل کنید: (۱۲ نمره)

$$y''' + y' = \tan x$$

۴. معادله‌ی کوشی-اویلر زیر را حل کنید: (۱۲ نمره)

$$x^2 y'' + xy' + 4y = 0.$$

۵. معادله‌ی زیر را با استفاده از جانشانی $u = y'$ حل کنید: (۶ نمره)

$$y'' + (y')^2 + 1 = 0.$$

۶. جوابی به فرم یک سری توانی حول $x = 0$ برای معادله‌ی زیر به دست آورید: (۸ نمره)

$$y'' + x^2 y = 0.$$

۷. مسئله‌ی مقداراولیه‌ی زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید: (۸ نمره)

$$y'' - 4y' = 6e^{3t} - 3e^{-t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$