



امتحان میان‌ترم درس ریاضی عمومی ۱
نیم‌سال اول سال تحصیلی ۱۳۹۳

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
شماره‌ی دانشجویی:

مدرس: بهمن احمدی
نام و نام خانوادگی:

۱. با استفاده از تعریف حد، نشان دهید (۳ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x} = 1.$$

۲. حاصل‌حدهای زیر را حساب کنید. (۶ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{[x]} \quad (\text{پ})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\tan 3x} \quad (\text{ب})$$

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 4} \quad (\text{الف})$$

۳. نشان دهید تابع زیر در $x = 0$ پیوسته است: (۲ نمره)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

۴. با استفاده از تعریف مشتق، نشان دهید $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$. (۳ نمره)

۵. با استفاده از قواعد مشتق‌گیری، مشتق توابع زیر را حساب کنید. (۴ نمره)

$$\sin(\cos x) \quad (\text{ت}) \quad \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x}} \quad (\text{پ}) \quad (1 + \cos 2x) \tan x \quad (\text{ب}) \quad \frac{1}{x^2} + \sqrt{x} + 3x^5 + \sqrt[3]{5} \quad (\text{الف})$$

۶. معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y^4 - 2x^2y^3 - 27 = 0$ را در نقطه‌ی $(-1, 3)$ بیابید. (۳ نمره)

۷. دو ضلع از یک مثلث دارای طول‌های ثابت ۴ m و ۵ m هستند. زاویه‌ی بین این دو ضلع با سرعت 0.06 rad/s (رادیان بر ثانیه) در حال افزایش است. در لحظه‌ای که این زاویه برابر با $\pi/3$ است، مساحت مثلث با چه سرعتی در حال افزایش است؟ (۳ نمره)

۸. نشان دهید که معادله‌ی $\cos x = 2x$ دقیقاً یک جواب دارد. (۳ نمره)

۹. همه‌ی اکستریم‌های موضعی و مطلق تابع $f(x) = 4 \sin x + 2 \cos 2x$ را در بازه‌ی $[0, \pi]$ به دست بیاورید. (راهنمایی: می‌توانید از آزمون مشتق دوم برای بررسی مینیمم یا ماکزیمم بودن نقاط بحرانی استفاده کنید.) (۳ نمره)

موفق باشید!