

۱. (الف) چند آرایش مختلف از حروف کلمه‌ی TALLAHASSEE وجود دارد؟ (۱ نمره)  
 (ب) در چند تا از آرایش‌های قسمت (الف) T و H کنار هم هستند؟ (۲ نمره)  
 (پ) در چند تا از آرایش‌های قسمت (الف) هیچ دو حرف A بی کنار هم نیستند؟ (۳ نمره)

۲. در یک مهمانی، ۴ زوج (زن و شوهر) می‌خواهند دور یک میز گرد بنشینند. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است هرگاه (الف) هیچ محدودیتی نباشد، (ب) هر مردی بخواهد کنار همسر خود بنشیند و (پ) هیچ دو زنی کنار هم نشینند. (۶ نمره)

۳. می‌خواهیم  $m$  گوی متمایز را در  $n$  ظرف همانند توزیع کنیم ( $m \geq n$ ). تعداد روش‌های ممکن برای این کار را تعیین کنید هرگاه (الف) بخواهیم هیچ ظرفی خالی نماند و (ب) ظرف‌های خالی هم مجاز باشند. (۵ نمره)

۴. فرض کنید  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  مثالی از یک رابطه روی  $A$  بزنید که  
 (الف) بازتابی و متقارن باشد ولی ترایایی نباشد. (۳ نمره)  
 (ب) متقارن و ترایایی باشد ولی بازتابی نباشد. (۳ نمره)  
 (پ) هم متقارن باشد و هم پاد متقارن. (۳ نمره)

۵. فرض کنید  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ . تعداد کل روابط پادمتقارن روی  $A$  را با ذکر دلیل بیان کنید. (۵ نمره)

۶. فرض کنید  $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18\}$  و رابطه‌ی  $\mathcal{R}$  روی  $A$  را رابطه‌ی عاد کردن تعریف کنید.  
 (الف) برای مجموعه‌ی جزئاً مرتب  $(A, \mathcal{R})$ ، نمودار هاسه را رسم کنید. (۴ نمره)  
 (ب) هر یک از این موارد را برای  $(A, \mathcal{R})$  (در صورت وجود) مشخص سازید: عناصر مینیمال؛ عناصر ماکسیمال؛ کوچکترین عنصر؛ بزرگترین عنصر. (۴ نمره)

۷. تعداد جواب‌های صحیح معادله‌ی  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$  را با شرایط  $0 \leq x_i \leq 4$ ، به ازای هر  $i = 1, \dots, 4$ ، به دست بیاورید. (۱۰ نمره)

۸. (الف) چند گراف ساده‌ی  $n$  رأسی وجود دارد؟ (۳ نمره)  
 (ب) چند گراف دوبخشی با بخش‌های  $X = \{x_1, \dots, x_m\}$  و  $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$  وجود دارد؟ (۳ نمره)

۹. (الف) فرمول اویلر برای گراف‌های مسطح را بدون اثبات بیان کنید. (۳ نمره)  
 (ب) با استفاده از فرمول اویلر نشان دهید گراف دوم کوراتوفسکی  $(K_{3,3})$  مسطح نیست. (۷ نمره)

۱۰. فرض کنید  $C_n$  دور به طول  $n$  باشد ( $n \geq 3$ ). با ذکر دلیل، عدد رنگی  $C_n$  را تعیین کنید. (۵ نمره)